**CHUYÊN ĐỀ 8**

**PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN BẬC HAI**

**I/ DẠNG 1:  với e ≥ 0 là hằng số.**

**1/ Trường hợp:** f(x) = ax + b **hoặc** f(x) **=  thì:**

**Bước 1:** Giải điều kiện f(x) ≥ 0 để tìm điều kiện của x

**Bước 2:** Bình phương 2 vế phương trình (để làm mất căn).

**Bước 3:** Giải phương trình để tìm nghiệm x thỏa mãn điều kiện.

**Ví dụ 1:** Giải các phương trình sau:

a)  b)  c)  d) 

**2/ Trường hợp:** f(x) = ax2 + bx + c **thì kiểm tra biểu thức f(x)**

**\* Nếu** f(x) = ax2 + bx + c = (Ax ± B)2 tức là có dạng hằng đẳng thức thì: KHAI CĂN.

Phương trình ⬄  => Tìm x

**Ví dụ 2:** Giải các phương trình sau: 

Hướng dẫn

Vì x2 – 4x + 4 = (x – 2)2, ta có

PT ⬄  ⬄ 

**\* Nếu** f(x) = ax2 + bx + c không có dạng hằng đẳng thức thì: BÌNH PHƯƠNG 2 VẾ.

**Bước 1:** Viết điều kiện f(x) ≥ 0.

**Bước 2:** Bình phương 2 vế phương trình (để làm mất căn).

**Bước 3:** Giải phương trình bậc hai có được bằng cách: Phân tích thành nhân tử, đưa về phương trình tích.

**Ví dụ 3:** Giải phương trình sau: 

Hướng dẫn

Nhận xét: x2 – 4x – 6 không có dạng (Ax ± B)2 nên ta không đưa được về phương trình trị tuyệt đối như Ví dụ 2.

Điều kiện: x2 – 4x – 6 ≥ 0

Bình phương hai vế phương trình ta được:

x2 – 4x – 6 = 15 ⬄ x2 – 4x – 21 = 0 ⬄ (x – 7) (x + 3) = 0

⬄ x = 7 hoặc x = - 3

Thay x tìm được vào điều kiện ta thấy cả x = 7 và x = - 3 đều thỏa mãn

Vậy phương trình có nghiệm x = 7 ; x = - 3

**Ví dụ 4:** Giải phương trình sau: 

Hướng dẫn

Nhận xét: Nhìn Ví dụ 4 có vẻ khác với dạng Ví dụ 3 nhưng thực ra là cùng một dạng

Vì f(x) = (x – 2)(x + 3) = x2 + x - 6

Do đó cách giải tương tự Ví dụ 3:

Điều kiện: (x – 2)(x + 3) ≥ 0 

Bình phương hai vế phương trình ta được:

(x – 2)(x + 3) = 25 ⬄ x2 + x - 6 = 25 ⬄ x2 + x – 31 = 0

⬄ (x2 + x + ) -  – 31 = 0 ⬄ ) -  = 0

⬄ 

Vậy phương trình có nghiệm x = 7 ; x = - 8

**II/ DẠNG 2: .**

**1/ Phương pháp.**

**Bước 1:** Viết điều kiện của phương trình: 

Nếu f(x) có dạng (Ax ± B)2 thì chỉ cần điều kiện 

**Bước 2:** Nhận dạng từng loại từng dạng tương ứng với phương pháp giải sau:

**\* LOẠI 1:** Nếu f(x) có dạng hằng đẳng thức (Ax ± B)2 thì **KHAI CĂN** đưa về phương trình trị tuyệt đối để giải.

**\* LOẠI 2:** Nếu f(x) = Ax ± B và g(x) = Ex ± D thì dùng phương pháp **BÌNH PHƯƠNG HAI VẾ.**

**\* LOẠI 3:** Nếu f(x) = Ax2 + Bx + C (không có dạng hằng đẳng thức (Ax ± B)2 ) và g(x) = Ex ± D thì dùng phương pháp **BÌNH PHƯƠNG HAI VẾ.**

**\* LOẠI 4:** Nếu f(x) = Ax2 + Bx + C và g(x) = Ex2 + Dx + F thì thử phân tích f(x) và g(x) thành nhân tử, nếu chúng có nhân tử chung thì đặt nhân tử chung đưa về phương trình tích.

**Bước 3:** Kiểm tra nghiệm tìm được xem có thỏa mãn điều kiện không, rối kết luận nghiệm.

**2/ Các ví dụ.**

**Ví dụ 5:** Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Điều kiện: 

PT ⬄ 

Kết hợp điều kiện => Phương trình vô nghiệm.

**Ví dụ 6:** Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Nhận xét: x2 – 6x + 9 = (x – 3)2 dạng bình phương một hiệu.

Điều kiện: 

PT ⬄ 

Kết hợp điều kiện => Phương trình có nghiệm x = - 1.

**Ví dụ 7:** Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Điều kiện: 

Bình phương hai vế ta có:



Theo điều kiện => Phương trình có nghiệm x = 2.

**Ví dụ 8:** Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Nhận xét: f(x) = x2 - 5x – 6 không có dạng hằng đẳng thức (Ax ± B)2 nên để phá căn ta dùng phương pháp **BÌNH PHƯƠNG HAI VẾ.**

Điều kiện: 

PT ⬄ 

Thay x = - 10 vào điều kiện thấy không thỏa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

**3/ Bài tập vận dụng:** Giải các phương trình sau:

a) 

b) 

c) 

**III/ DẠNG 3: .**

**Bước 1:** Nếu bản thân f(x) và g(x) có chứa căn bậc hai thì có điều kiện trong căn.

**Bước 2:** Đưa phương trình về dạng phương trình trị tuyệt đối.

****

**Bước 3:** Xét dấu trị tuyệt đối và giải phương trình.

**Ví dụ 9:** Giải phương trình 

Hướng dẫn

Điều kiện: x ≥ 0

Với phương trình này ta dễ dàng nhận thấy:

 

PT ⬄ 

**TH1**: Nếu  ta có

0. = 0 => Pt có vô số nghiệm x ≥ 0

**TH2**: Nếu  ta có

 (Loại)

**TH**3: Nếu 

**TH4**: Nếu  ta có

=> Pt có vô nghiệm

Kết luận: Vậy phương trình có vô số nghiệm x ≥ 0

**Ví dụ 10: (HS tự giải)** Giải phương trình: 

**IV/ PHƯƠNG PHÁP ĐẶC BIỆT TRONG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN.**

Trong mục này THẦY sẽ lấy ví dụ cụ thể để các em làm quen, từ đó vận dụng cho việc giải các phương trình tương tự.

**1/ PHƯƠNG PHÁP đặt ẩn phụ đưa về phương trình bậc hai hoặc phương trình đơn giản hơn.**

**Ví dụ 11**: Giải phương trình x - 5+ 6 = 0

Hướng dẫn

Điều kiện: x ≥ 0

Đặt  = t ≥ 0 => x = t2, ta có phương trình: t2 – 5t + 6 = 0 (Cách giải phương trình bậc 2 chúng ta sẽ được học trong chương sau).

Với phương trình này chúng ta cũng hoàn toàn có thể phân tích vế trái thành nhân tử để đưa về phương trình tích.

**Ví dụ 12**: Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Điều kiện: 

Đặt  => x + 1 = t2, ta có phương trình

 (\*)

Phương trình (\*) thuộc phương trình **LOẠI 3 – DẠNG 2:**

Điều kiện (\*) là: 5 – t ≥ 0 ⬄ t ≤ 5, BÌNH PHƯƠNG 2 VẾ của (\*) ta có

t2 + 5 = 25 – 10t + t2 ⬄ t = 2 (thỏa mãn điều kiện của 0 ≤ t ≤ 5)

* 

Vậy phương trình có nghiệm x = 3.

**Ví dụ 13**: Giải phương trình 

Hướng dẫn

Điều kiện: x2 – 2x – 3 ≥ 0

PT ⬄ 

Đặt  ta có:

t2 + 3t – 10 = 0 ⬄ (t – 2)(t + 5) = 0 

Với t = - 5 (loại)

Với t = 2 =>  ⬄ x2 – 2x – 7 = 0 ⬄ (x2 – 2x + 1) – 8 = 0

⬄ (x - 1)2 = 8  (thỏa mãn điều kiện)

**Ví dụ 14: (HS tự giải)** Giải phương trình: 

**2/ PHƯƠNG PHÁP đánh giá biểu thức dưới dấu căn lớn hơn hoặc nhỏ hơn một hằng số.**

**Áp dụng với phương trình:  với **

Thường thì chúng ta chưa nhìn thấy ngay dạng phương trình này, mà đôi khi tách một hệ số nào đó mới có [f(x)]2 ; [h(x)]2 và [g(x)]2

**Ví dụ 15:** Giải phương trình 

Hướng dẫn

Nhận xét:

3x2 + 6x + 12 = 3(x2 + 2x + 1) + 9 = 3(x + 1)2 + 9 ≥ 9 =>  ≥ 3

5x4 - 10x2 + 30 = 5(x2 - 2x + 1) + 25 = 5(x - 1)2 + 25 ≥ 25 =>  ≥ 5

Do đó: 

Phương trình thỏa mãn ⬄ 

Vậy phương trình có nghiệm x = - 1

**Ví dụ 16:** Giải phương trình: 

Hướng dẫn

Nhận xét:

3x2 + 6x + 7 = 3(x2 + 2x + 1) + 4 = 3(x + 1)2 + 4 ≥ 4 =>  ≥ 2

5x2 + 10x + 14 = 5(x2 - 2x + 1) + 9 = 5(x + 1)2 + 9 ≥ 9 =>  ≥ 3

4 – 2x – x2 = 5 – (x2 + 2x + 1) = 5 – (x + 1)2 ≤ 5

Khi đó: 

Phương trình thỏa mãn ⬄ 

Vậy phương trình có nghiệm x = - 1